

三维非局部共形平坦的流形上 Yamabe 型方程解的紧性

唐仲伟

(北京师范大学数学科学学院)

2026 年 3 月 15 日

摘要

在本次报告中, 我们首先系统建立三维流形上 Yamabe 型方程 $-\Delta_g u + \frac{1}{8}R_g u = Ku^p$ ($1 < p \leq 5$) 解的紧性理论。核心结果包括: 在正的三维非局部共形平坦的流形上, 所有解满足一致的 C^3 界。具体证明采用反证法和精细的爆破分析: 首先定义孤立爆破点与简单孤立爆破点, 利用 Harnack 不等式、极大值原理和 Pohozaev 恒等式, 通过构造比较函数和尺度变换, 获得简单爆破点附近的精确点态估计; 进而证明孤立爆破点必为简单孤立爆破点, 并对无界解序列建立有限个互不相交的气泡分解, 证明气泡中心之间的距离有正下界; 最后, 利用 Green 函数展开常数的正性 (由正质量定理保证) 与 Pohozaev 恒等式导出的常数项非正条件矛盾, 从而排除爆破可能。上面报告内容主要参考李岩岩教授与朱梅俊教授在 1999 年 CCM 的文章。报告的最后介绍几个我们近年来在与预定数量曲率有关问题解的紧性方面的一些结果。